

ソーメンの平均の長さは何 cm

芳賀 敏郎

平均というと皆同じと思われているが、ケースバイケースでいろいろの平均の取り方があり、サンプリング法によっても推定される平均値が変わってくる。これは簡単な実験によって体得することができる。

1. ソーメンの平均長

問題：長さが 20cm のソーメンを 2 束持ってくる。1 束は 100 本、50gr とする。1 束は半分に折る。全部で 300 本のソーメンができる。この平均長は何 cm か？

これに対して 2 つの答えが返ってくる。

(A) 小学校で学んだ方法で計算する。

$x(\text{cm})$	n (本)	nx
20	$\times 100$	$= 2000$
10	$\times 200$	$= 2000$
計	300	$= 4000$

平均長は $4000/300 = 13.33 \text{ cm}$ である。

(B) 20cm と 10cm が 1 束ずつだか

ら、その平均は 15cm である。

どちらが本当だろうか？ 実験で確かめてみよう。

実験 1：マッチ棒を使うアミダのように 300 本の端を揃えて、端面からランダムにソーメンを抜き取る。サンプルの平均長は何 cm になるか。抜き取ったソーメンを元に戻して実験を繰り返し、母平均の区間推定をする。

実験 2：300 本のソーメンをゆで、水の中に浮かす。箸を使ってランダムにつまみとる。実験 1 と同様に母平均の区間推定をする。

実験をしてみると、2 つのサンプリング方法によって平均長に相違のあることがわかる。

実験 1 では、1 本 1 本のソーメンがその長さに関係なく同じ確率で抽出される。したがって、 $\sum nx / \sum n$ の式で求めた平均長、すなわち(A)の 13.33 cm が実験 1 の期待値となる。

それに対して、実験 2 では長いソーメンのほうが箸ではさまれる確率が高い。はさまれる確率が長さに比例すると仮定すると、20cm のソーメンと 10

cm のソーメンの抽出される割合はそれぞれの全長に比例するはずである。それはともに 20cm で等しく、抽出される本数の割合は 1:1 となる。(B)の考えで予想した値 15cm と一致する。この平均は、 $\sum nx^2 / \sum nx$ の式で求められる。

ここに得られた 2 つの平均はそれぞれ「数平均」「重量平均」と呼ばれる。

ここに述べた考え方が正しいか否かを上の実験で確かめる。1 回の実験では確認できないので、数人の結果を集めて、統計的に検証する。これが仮説 $H_0: \mu = 13.3$, $H_1: \mu = 15$ (または逆) の検定になることを、実験によって理解させることができる。

この実験 1 は、2 項分布の説明の導入部に使うこともできる。サンプルの本数を一定にしたとき、サンプルに含まれる長いソーメンと短いソーメンの本数 (または平均長) の分布は理論的に導かれることを示し、実験結果で確かめさせる。

2. バスの平均乗客数

ある路線バスは運行が不規則で、2 台ずつ続いてくる傾向がある。ある 1 時間に通過した 10 台のバスのうち、5 台には 15 人、5 台には 45 人の乗客が乗っていた。平均乗客数は何人と考えたらいだろうか。

バス会社の立場：全乗客数は $5 \times 15 + 5 \times 45 = 300$ 人であるから、1 台当たりの乗客は 30 人となる (この値は路

線の採算性などの評価に使われる)。

乗客の立場：空いたバスに乗った乗客 75 人、混んだバスに乗った乗客 225 人、合計 300 人が体感した平均の込み方は $(75 \times 15 + 225 \times 45) / (75 + 225) = 37.5$ 人となる。これは $(5 \times 15^2 + 5 \times 45^2) / (5 \times 15 + 5 \times 45)$ として求めることができ、重量平均に相当している。

バスをサンプリング対象とした場合は前者が、乗客をサンプリング対象とした場合は後者が推定される。重量平均は [数平均 \times (1 + 変動係数の自乗)] となり、バス会社が乗客に対するサービスを改善するためには、運行を規則的にし、乗客数のムラを少なくすればよいことがわかる。これは、運行台数の増加を必要としない改善である。QC の世界にも相手の立場に立った平均値を考えると、今まで見過ごされていた改善のヒントが得られるかもしれない。

(付) バス 2 台ずつ続いてくることは、既に大正時代に寺田寅彦が指摘している。神保町で市街電車の乗客数を調査し、解析し、このような現象の起こるメカニズムを考察している。その過程は今読んでも学ぶべき点が多い (岩波文庫『寺田寅彦随筆集 第 2 巻』)。

(『品質』Vol. 15, No. 1 より転載)

(東京理科大学教授・

統計講座指導委員)